هندسه (۲)

نام:

نام خانوادگی:

موضوع: پاسخ تشریحی تبدیلات هندسی

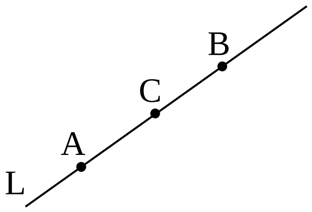
پایه یازدهم/۴

دبیرستان روزبه ۲

اردوی نوروزی ۱۳۹۹

۱- فرض کنید A و B و C سه نقطه روی خط L و T یک تبدیل طولپا باشد. $T(A)=A'$ و $T(B)=B'$ و $T(C)=C'$

چون A و B و C روی خط هستند، داریم:



$$AC+CB=AB$$

و از آنجاکه T طولپاست داریم:

$$A'C'+C'B'=A'B'$$

پس A' و B' و C' نیز روی یک خط راست قرار دارند.

۲- نقطه $A(a,b)$ و $B(c,d)$ مفروض‌اند.

$$T(A)=A'=(am+m,b-m)$$
$$T(B)=B'=(cm+m,d-m)$$

با توجّه به طولپا بودن تبدیل T می‌بایست $AB=A'B'$ باشد:

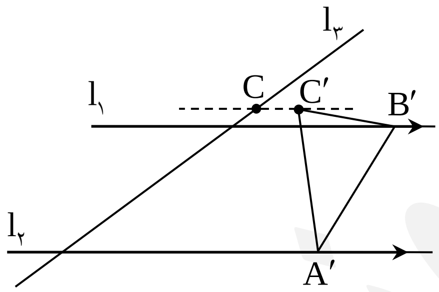
$$AB=A'B'\rightarrow\sqrt{(a-c)^{۲}+(b-d)^{۲}}=\sqrt{(am+m-cm-m)^{۲}+(b-m-d+m)^{۲}}=\sqrt{(am-cm)^{۲}+(b-d)^{۲}}$$

$$(a-c)^{۲}+(b-d)^{۲}=m^{۲}(a-c)^{۲}+(b-d)^{۲}$$

شرط طولپا بودن تبدیل T این است که $|m|=۱ \leftarrow m=\pm ۱$

۳- مثلث متساوی‌الاضلاع $A'B'C'$ به ضلع a را به گونه‌ای رسم می‌کنیم که دو رأس آن روی دو خط $l_۱$ و $l_۲$ قرار بگیرید. از رأس C' خطی موازی $l_۱$ و $l_۲$ رسم می‌کنیم تا در نقطه C با $l_۳$ تقاطع پیدا کند.

اگر مثلث $A'B'C'$ را با بردار $\overrightarrow{C'C}$ انتقال دهیم جواب به دست می‌آید.



۴- اگر A' بازتاب A نسبت به خط d باشد، آنگاه $d\perp AA'$ و نقطه وسط AA' روی d قرار دارد.

$$m_{AA'}=\frac{-۱-۱}{۳-۱}=-۱\xrightarrow{AA'\perp d}m_d=۱$$

$$AA' \text{ وسط } H\left(\frac{۱+۳}{۲},\frac{۱+(-۱)}{۲}\right)\Rightarrow H(۲,۰)$$

با داشتن شیب $m_d=۱$ و نقطه $H(۲,۰)$ می‌توان معادله d را نوشت:

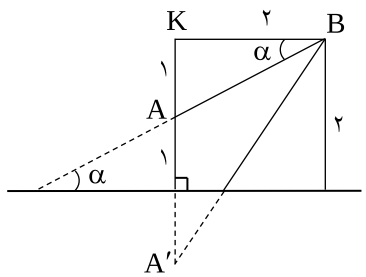
$$y-۰=۱(x-۲)\Rightarrow y=x-۲$$

۵- از B عمود BK را بر امتداد AA' رسم می‌کنیم. در مثلث ABK داریم $B_۱=\alpha$

$$\tan B_۱=\frac{AK}{BK}=\frac{۱}{۲}\rightarrow BK=۲$$

$$A'KB: A'B^{۲}=A'K^{۲}+KB^{۲}$$

$$۳^{۲}+۲^{۲}=۱۳\rightarrow A'B=\sqrt{۱۳}$$



۶- همانند مسأله هرون نقطه A را نسبت به خط L قرینه می‌کنیم.

تقاطع $A'B$ و L را M می‌نامیم. طبق مسأله هرون داریم: $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$