

حسابان

نام:

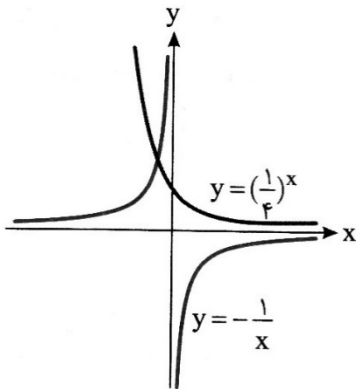
موضوع: پاسخ تشریحی تابع (سری سوم)

دبیرستان روزبه ۲

نام خانوادگی:

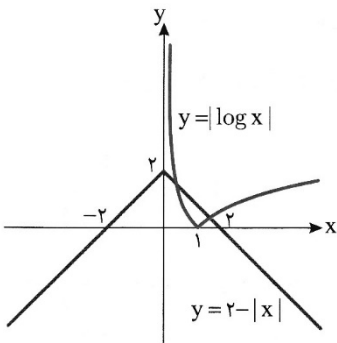
پایه یازدهم / ۵

اردوی نوروزی ۱۳۹۹



۱- الف) معادله را به صورت $\left(\frac{1}{4}\right)^x = -\frac{1}{x}$ می‌نویسیم. با توجه به نمودار توابع

$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ و $y = -\frac{1}{x}$ معادله فقط یک جواب دارد.



ب) معادله را به صورت $|\log x| = 2 - |x|$ می‌نویسیم. با توجه به نمودار توابع

$y = |\log x|$ و $y = 2 - |x|$ معادله دو جواب دارد.

۲- الف) توجه کنید که $\left(\frac{4}{3}\right)^{2x-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{1-2x}$. بنابراین باید نامعادله $\left(\frac{4}{3}\right)^{1-2x} > \left(\frac{4}{3}\right)^{3x-8}$ را حل کنیم. چون $\frac{4}{3} > 1$ پس:

$$1 - 2x > 3x - 8 \Rightarrow 9 > 5x \Rightarrow x < \frac{9}{5}$$

ب)

$$\log_{\frac{3}{4}} x - \log_{\frac{3}{4}} x < \frac{1}{24} \Rightarrow \frac{1}{3} \log_3 x - \frac{1}{4} \log_3 x < \frac{1}{24} \Rightarrow \frac{1}{12} \log_3 x < \frac{1}{24} \Rightarrow \log_3 x < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \log_3 x < \log_3 \sqrt{3}$$

از آنجا که پایه لگاریتم بزرگتر از ۱ است، پس $x < \sqrt{3}$.

از طرف دیگر عبارت‌های لگاریتمی موجود در نامعادله برای $x \leq 0$ بی‌معنی هستند.

بنابراین مجموعه جواب نامعادله به صورت $(0, \sqrt{3})$ می‌باشد.

۳- الف)

$$(1 - \log_3 15)(1 - \log_5 15) = (1 - \log_3 3 - \log_3 5)(1 - \log_5 3 - \log_5 5)$$

$$= (1 - 1 - \log_3 5)(1 - \log_5 3 - 1) = (-\log_3 5)(-\log_5 3) = \log_3 5 \times \log_5 3 = 1$$

$$1 + \log_2 6 = \log_2 2 + \log_2 6 = \log_2 12 \Rightarrow \frac{1}{1 + \log_2 6} = \frac{1}{\log_2 12} = \log_{12} 2$$

$$1 + \log_3 4 = \log_3 3 + \log_3 4 = \log_3 12 \Rightarrow \frac{1}{1 + \log_3 4} = \frac{1}{\log_3 12} = \log_{12} 3$$

$$\log_{24} 2 + \log_{24} 6 = \log_{24} 12 \Rightarrow \frac{1}{\log_{24} 2 + \log_{24} 6} = \frac{1}{\log_{24} 12} = \log_{12} 24$$

بنابراین حاصل عبارت مورد نظر برابر است با:

$$\log_{12} 2 + \log_{12} 3 + \log_{12} 24 = \log_{12} (2 \times 3 \times 24) = \log_{12} 144 = 2$$

۴- توجه کنید که:

$$\log_v 320 = \frac{\log_5 320}{\log_5 v} = \frac{\log_5 5 + \log_5 64}{\log_5 5 + \log_5 7 + \log_5 2} = \frac{1 + 6 \log_5 2}{1 + a + \log_5 2}$$

بنابراین کافی است $\log_5 2$ را بر حسب a و b بنویسیم:

$$b = \log_v 2 = \frac{\log_5 2}{\log_5 v} = \frac{\log_5 2}{a} \Rightarrow \log_5 2 = ab$$

$$\log_v 320 = \frac{1 + 6ab}{1 + a + ab} \quad \text{در نتیجه}$$

۵-

$$\frac{4}{\log_a b} + \frac{9}{\log_c b} = \log_b a \Rightarrow 4 \log_b a + 9 \log_b c = \log_b a \Rightarrow \log_b a^4 + \log_b c^9 = \log_b a$$

$$\Rightarrow \log_b a^4 c^9 = \log_b a \Rightarrow a^4 c^9 = a \Rightarrow a^3 c^9 = 1 \Rightarrow a = c^{-3}$$

بنابراین:

$$\log_c a = \log_c c^{-3} = -3 \log_c c = -3$$