

# حسابان

دبيرستان روزبه ۲

موضوع: پاسخ تشریحی تابع (سری اول)

نام:

اردوی نوروزی ۱۳۹۹

پایه یازدهم / ۳

نام خانوادگی:

-۱

$$f(2) = f(1+1) = f(1) + f(1) = 2f(1)$$

$$f(3) = f(2+1) = f(2) + f(1) = 3f(1)$$

$$f(4) = f(3+1) = f(3) + f(1) = 4f(1)$$

- 
- 
- 

$$f(n) = \underbrace{f(1) + \dots + f(1)}_n = nf(1) \Rightarrow f(2^k) = 2^k f(1) = 2^k \times 2 = 2^{k+1}$$

-۲

$$[x] + [1-x] \neq 0 \Rightarrow [x] + [-x] \neq -1 \Rightarrow D_f = Z$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x \Rightarrow R_f = \{2k \mid k \in Z\}$$

-۳

$$[\cos^2 x] \in Z \Rightarrow f(x) = [\cos^2 x] + [-\cos x]$$

$$\cos x = -1 \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 x = 1 \\ -\cos x = 1 \end{cases} \Rightarrow y = 2 \quad -1 < \cos x \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq \cos^2 x < 1 \\ 0 \leq -\cos x < 1 \end{cases} \Rightarrow y = 0$$

$$0 < \cos x < 1 \rightarrow \begin{cases} 0 < \cos^2 x < 1 \\ -1 < -\cos x < 0 \end{cases} \Rightarrow y = -1 \quad \cos x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 = 1 \\ -\cos x = -1 \end{cases} \Rightarrow y = 0$$

$$\Rightarrow R_f = \{-1, 0, 2\}$$

-۴

$$f(x) = \begin{cases} -x - 2 & x < -2 & \rightarrow R_1 = (-\infty, -2) \\ x + 2 & -2 \leq x \leq 0 & \rightarrow R_2 = [-2, 0] \\ 3x + 2 & x > 0 & \rightarrow R_3 = (0, +\infty) \end{cases} \Rightarrow R_f = R_1 \cup R_2 \cup R_3 = [-2, +\infty)$$

-۵

$$3^{1-x} = a \Rightarrow y = a + \frac{3^6}{a}$$

$$a + \frac{3^6}{a} \geq 2\sqrt{a \times \frac{3^6}{a}} \Rightarrow y \geq 54$$

۶- دامنه تابع  $f$  فقط شامل عدد ۲ نمی شود، یعنی  $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ . پس دامنه  $g$  هم فقط باید شامل ۲ نباشد. این در صورتی امکان دارد که منحنی ضابطه  $g$  دارای ریشه مضاعف ۲ باشد. یعنی:

$$x^2 + ax + b = (x - 2)^2 \Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 - 4x + 4$$

پس  $a = -4$  و  $b = 4$ .

از طرف دیگر ضابطه های دو تابع باید مساوی باشند. یعنی  $\frac{x+c}{(x-2)^2} = \frac{1}{x-2}$  برای برقراری این تساوی باید  $c = -2$  باشد.

۷- ابتدا توجه کنید که:

$$y = \left| \frac{x^2 - 2x}{x^2 - x} \right| = \left| \frac{x(x-2)}{x(x-1)} \right| = \left| \frac{x-2}{x-1} \right| = \left| 1 - \frac{1}{x-1} \right| = \left| \frac{1}{x-1} - 1 \right| \quad x \neq 0, 1$$

پس نمودار  $y = \frac{1}{x}$  را رسم می کنیم. یک واحد به سمت راست و یک واحد به پایین منتقل می کنیم تا نمودار  $y = \frac{1}{x-1} - 1$  به دست آید. سپس قسمت هایی از نمودار به دست آمده را که پایین محور طول ها قرار دارد، نسبت به این محور قرینه می کنیم تا نمودار

$y = \left| \frac{1}{x-1} - 1 \right|$  رسم شود. در آخر نقطه به طول صفر را از نمودار حذف می کنیم.

