# حسابان

نام:

نام خانوادگی:

**موضوع: پاسخ تشریحی مثلثات (سری اول)**

پایه یازدهم/ ۶

دبیرستان روزبه ۲

اردوی نوروزی ۱۳۹۹

۱-

$$\frac{1}{1+\tan\frac{\pi}{1399}}+\frac{1}{1+\cot\frac{\pi}{1399}}=\frac{(1+\cot\frac{\pi}{1399})+(1+\tan\frac{\pi}{1399})}{(1+\tan\frac{\pi}{1399})(1+\cot\frac{\pi}{1399})}=\frac{2+\tan\frac{\pi}{1399}+\cot\frac{\pi}{1399}}{1+\tan\frac{\pi}{1399}+\cot\frac{\pi}{1399}+\underbrace{\tan\frac{\pi}{1399}\cot\frac{\pi}{1399}}_{1}}$$

$$=\frac{2+\tan\frac{\pi}{1399}+\cot\frac{\pi}{1399}}{2+\tan\frac{\pi}{1399}+\cot\frac{\pi}{1399}}=1$$

۲- از آنجا که $\cos\alpha$ مخالف صفر است (چرا؟)، طرفین تساوی فرض را بر $\cos^2\alpha$ تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{4b\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}-\frac{3\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{2b}{\cos^2\alpha}+\frac{3\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow 4b-3\tan\alpha=2b(1+\tan^2\alpha)+3\tan^2\alpha\Rightarrow 4b-3(2)=2b(1+4)+3(4)\Rightarrow 4b-6=10b+12\Rightarrow b=-3$$

۳- می‌دانیم اگر $\alpha+\beta=2\pi$ باشد، $\sin\beta=-\sin\alpha$ و در نتیجه $\sin\alpha+\sin\beta=0$. بنابراین:

$$\frac{\pi}{n}+\frac{(2n-1)\pi}{n}=2\pi\Rightarrow\sin\frac{\pi}{n}+\sin\frac{(2n-1)\pi}{n}=0$$

$$\frac{2\pi}{n}+\frac{(2n-2)\pi}{n}=2\pi\Rightarrow\sin\frac{2\pi}{n}+\sin\frac{(2n-2)\pi}{n}=0$$

•

•

•

$$\frac{(n-1)\pi}{n}+\frac{(n+1)\pi}{n}=2\pi\Rightarrow\sin\frac{(n-1)\pi}{n}+\sin\frac{(n+1)\pi}{n}=0$$

$$\sin\frac{n\pi}{n}=\sin\pi=0$$

بنابراین مقدار عبارت مورد نظر برابر صفر است.

۴- می‌دانیم:

$$۰ \le \alpha < ۹۰^\circ \Rightarrow ۰ \le \sin\alpha < ۱ \Rightarrow [\sin\alpha] = ۰$$

$$\alpha = ۹۰^\circ \Rightarrow \sin\alpha = ۱ \Rightarrow [\sin\alpha] = ۱$$

$$۹۰^\circ < \alpha \le ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۰ \le \sin\alpha < ۱ \Rightarrow [\sin\alpha] = ۰$$

$$۱۸۰^\circ < \alpha < ۳۶۰^\circ \Rightarrow -۱ < \sin\alpha < ۰ \Rightarrow [\sin\alpha] = -۱$$

$$\alpha = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \sin\alpha = ۰ \Rightarrow [\sin\alpha] = ۰$$

بنابراین داریم:

$$\underbrace{\underbrace{[\sin ۱^\circ]}_{۰} + \ldots + \underbrace{[\sin ۸۹^\circ]}_{۰}}_{۰} + \underbrace{[\sin ۹۰^\circ]}_{۱} + \underbrace{\underbrace{[\sin ۹۱^\circ]}_{۰} + \ldots + \underbrace{[\sin ۱۸۰^\circ]}_{۰}}_{۰} + \underbrace{\underbrace{[\sin ۱۸۱^\circ]}_{-۱} + \ldots + \underbrace{[\sin ۳۵۹^\circ]}_{-۱}}_{-۱۷۹} + \underbrace{[\sin ۳۶۰^\circ]}_{۰}$$

$$= ۱ - ۱۷۹ = -۱۷۸$$

۵- چون بیشـــترین مقدار تابع در $x = ۲$ رخ داده، پس این نقطه باید متناظر با $x = ۲\pi$ در تابع $y = \cos x$ باشـد. بنابراین می‌توان گفت نمودار $y = \cos x$ باید $\frac{۱}{\pi}$ شده باشد، یعنی $b = \pi$.

چون در $x = ۰$ مقدار تابع برابر ۱ است، بنابراین:

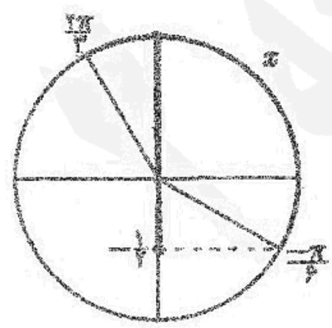
$$۱ = a\cos(\pi \times ۰) + c \Rightarrow ۱ = a + c \quad (I)$$

همچنین می‌دانیم وقتی $\cos bx = -۱$ باشد، کمترین مقدار در این تابع ایجاد می‌شود، بنابراین:

$$-۳ = a(-۱) + c \Rightarrow -۳ = -a + c \quad (II)$$

از $(I)$ و $(II)$ نتیجه می‌شود: $a = ۲$ و $c = -۱$ و لذا تابع به صورت $y = ۲\cos\pi x - ۱$ خواهد بود.

۶- با توجه به شکل داریم:



$$-\frac{\pi}{۶} \le x \le \frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow -\frac{۱}{۲} \le \sin x \le ۱$$

$$y = \frac{۳\sin x - ۱}{۲\sin x + ۳} \Rightarrow ۲y\sin x + ۳y = ۳\sin x - ۱ \Rightarrow \sin x = \frac{۳y + ۱}{۳ - ۲y}$$

$$-\frac{۱}{۲} \le \frac{۳y+۱}{۳-۲y} \le ۱ \Rightarrow \begin{cases} -\frac{۱}{۲} \le \frac{۳y+۱}{۳-۲y} \Rightarrow -\frac{۵}{۴} \le y < \frac{۳}{۲} \\ \frac{۳y+۱}{۳-۲y} \le ۱ \Rightarrow y \le \frac{۲}{۵} \text{ یا } y > \frac{۳}{۲} \end{cases} \Rightarrow -\frac{۵}{۴} \le y \le \frac{۲}{۵}$$