

## حسابان

نام:

موضوع: پاسخ تشریحی جبر و معادله (سری دوم)

دبیرستان روزبه ۲

نام خانوادگی:

پایه یازدهم / ۲

اردوی نوروزی ۱۳۹۹

۱- از آنجا که  $m_{AC} = \frac{y}{x-3}$  و  $m_{AB} = \frac{y}{x+3}$  و با توجه به آن که  $AB$  و  $AC$  بر هم عمودند، داریم:

$$\frac{y}{x+3} \times \frac{y}{x-3} = -1 \Rightarrow \frac{y^2}{x^2-9} = -1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 9$$

$$OA = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{9} = 3$$

۲- اگر  $(a, b)$  نقطه مورد نظر باشد، فاصله آن از خط  $x + 2y + 2 = 0$  برابر است با:

$$\frac{|a + 2b + 2|}{\sqrt{1+4}} = \sqrt{5} \Rightarrow |a + 2b + 2| = 5$$

از طرف دیگر مختصات نقطه  $(a, b)$  در معادله  $x + y + 3 = 0$  صدق می‌کند. پس:

$$a + b + 3 = 0 \Rightarrow b = -3 - a$$

بنابراین:

$$|a - 6 - 2a + 2| = 5 \Rightarrow |-4 - a| = 5 \Rightarrow \begin{cases} -4 - a = 5 \Rightarrow a = -9 \Rightarrow b = 6 \\ -4 - a = -5 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = -4 \end{cases}$$

پس نقاط مورد نظر  $(-9, 6)$  و  $(1, -4)$  می‌باشند.

-۳

$$|x+2| + |x| + k > 0 \Rightarrow \underbrace{|x+2| + |x|}_{\geq 2} > -k \Rightarrow -k < 2 \Rightarrow k > -2$$

-۴

$$2x - |x-1| > 8 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \Rightarrow 2x - (x-1) > 8 \Rightarrow x+1 > 8 \Rightarrow x > 7 \\ x < 1 \Rightarrow 2x - (-(x-1)) > 8 \Rightarrow 2x + (x-1) > 8 \Rightarrow 3x > 9 \Rightarrow x > 3 \end{cases}$$

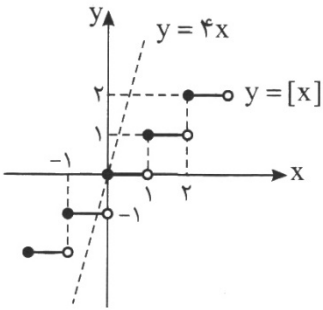
چون با فرض  $x < 1$  عبارت را ساده کردیم جواب  $x > 3$  قابل قبول نیست. پس جواب نامساوی،  $x > 7$  می‌باشد.

-۵

$$|x-1| \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3 \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq 9 \Rightarrow 1 \leq \frac{1}{2}x^2 + 1 \leq \frac{11}{2}$$

$$\Rightarrow \left[ \frac{1}{2}x^2 + 1 \right] = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } 3 \text{ یا } 4 \text{ یا } 5$$

$$-1 \leq x^2 + x < 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + x < 0 \Rightarrow -1 < x < 0 \\ x^2 + x \geq -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 \geq 0 \text{ همواره برقرار} \end{cases} \quad \cap \rightarrow -1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0$$



7- راه اول: با رسم نمودار مشاهده می شود دو جواب  $x = -\frac{1}{4}$ ,  $x = 0$  وجود دارد.

راه دوم:

$$[x] = k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \forall x = k \Rightarrow x = \frac{k}{4}$$

$$x - 1 < [x] \leq x \Rightarrow \frac{k}{4} - 1 < k \leq \frac{k}{4} \Rightarrow k - 4 < 4k \leq k \Rightarrow \begin{cases} 4k \leq k \Rightarrow k \leq 0 \\ k - 4 < 4k \Rightarrow k > -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow -\frac{4}{3} < k \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 0 \\ k = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

نکته:  $[a] + [a + \frac{1}{2}] = [2a]$

$$\Rightarrow x = [2y] \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \Rightarrow -2 \leq 2y < -1 \Rightarrow -1 \leq y < -\frac{1}{2} \\ x = -1 \Rightarrow -1 \leq 2y < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq y < 0 \\ x = 0 \Rightarrow 0 \leq 2y < 1 \Rightarrow 0 \leq y < \frac{1}{2} \\ x = 1 \Rightarrow 1 \leq 2y < 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq y < 1 \\ x = 2 \Rightarrow 2 \leq 2y < 3 \Rightarrow 1 \leq y < \frac{3}{2} \end{cases}$$

